Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa I
Professor: Carlos Alberto
Período: 1/2013.
Provão

Questões

1. Assuma que y(x). Dada a seguinte expressão:

$$\frac{y}{x} = \ln(xy)$$

Encontre a elasticidade de y com respeito a x ($\xi_{y,x}$).

(Esta questão vale três pontos)

Resposta: derivando implicitamente a expressão anterior temos que:

$$-\frac{y}{x^2} + \frac{y'}{x} = \frac{1}{x} - \frac{y'}{y}$$

Da igualdade anterior, pondo em evidência y' temos que:

$$y' = \left[\frac{y}{x^2} + \frac{1}{x}\right]\frac{xy}{y-x}$$

Lembrando a definição de elasticidade, temos que:

$$\xi_{y,x} = \left[\frac{y}{x^2} + \frac{1}{x}\right]\frac{xy}{y-x}\left[\frac{x}{y}\right]$$

Trabalhando a igualdade anterior chegamos a:

$$\xi_{y,x} = \frac{(y+x)}{(y-x)}$$

2. Resolva a seguinte integral:

$$\int_{0}^{\infty} e^{-4x} dx$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta:

$$\int_{0}^{\infty} e^{-4x} dx = -\left.\frac{e^{-4x}}{4}\right|_{0}^{\infty} = -0.25$$

3. Encontre a inversa da seguinte matriz:

A= $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta

$\mathbf{A}^{\mathbf{-1}} = \begin{bmatrix} -7/3 & 5/3 \\ 2/3 & -1/3 \end{bmatrix}$

4. Identifique os pontos de máximo e mínimo da seguinte função (condições de primeira e segunda ordem):

$f(x;y) = 3x^2 + y^2 + 2y$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: igualando as primeiras derivadas parciais a zero temos que:

fx = 6x=0

fy = 2y+2 =0

De onde deduzimos que os candidatos são x=0 e y=-1. Para determinar as condições de segunda ordem que nos permitam caracterizar esse candidato voltamos a derivar:

fxx= 6 ; fyy = 2 e fxy=0

O Hessiano será:

$$|H| = \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 12$$

Uma vez que fxx>0 e |H|>0, o ponto é de mínimo.

5. Encontrar os pontos que maximizam a seguinte função objetivo respeitando a restrição:

$$\max_{x;y} \quad xy$$

s.a. 2x + 2y = 4

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: construímos a função Lagrange:

ℓ= xy – λ (2x+2y-4)

Derivamos e igualamos a zero:

ℓx = y -2 λ=0
ℓy = x -2 λ=0
2x+2y = 4

Resolvendo esse sistema temos que: x=y=1.

Construímos o Hessiano Orlado:

$$|\overline{H}| = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 8$$

Uma vez que o Hessiano Orlado é positivo o ponto é de máximo.

6. Encontrar uma aproximação quadrática da seguinte função em um ponto $x_0 = 0$.

$$f(x)=x\,e^{-x}$$

(Esta questão fale um ponto)

Resposta: lembremos que a aproximação quadrática vem dada pela seguinte expressão:

$$f(x_0) \approx f(x_0) + f'(x_0)\,(x- x_0\,) + f''(x_0\,)\,(x- x_0\,)\,/2$$

No caso do problema esses valores são:

$$f(0)=0; \quad f'(0)=1; \quad f''(0)=-2$$

Ou seja, a resposta é:

$$f(x) = x - x^2$$