

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa I
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2012.
Quarta Prova
Questões

1. Pergunta ANPEC/2003:

$$\text{“ A função } f(x;y) = -\frac{x^3}{3} + \frac{y^3}{3} + x^2y - y^2 - 3y$$

tem dois pontos críticos em \mathbb{R}^2 ”

(Não precisa justificar a resposta. Simplesmente dizer se é Falso ou Verdadeiro. No caso de a resposta ser correta ganha um ponto, no caso de ser incorreta perde (desconto) um ponto. No caso de não responder não ganha nem perde pontos).

Resposta: falso, tem quatro pontos críticos.

2. Questão de ANPEC/2005:

“Considere o problema de maximização condicionada abaixo:

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{x;y} \sqrt{xy} \\ & \text{s.a. } x+y = b \end{aligned}$$

onde: b parâmetro exógeno.

Avalie a seguinte afirmação: o multiplicador de Lagrange não depende de b”

(Não precisa justificar a resposta. Simplesmente dizer se é Falso ou Verdadeiro. No caso de a resposta ser correta ganha um ponto, no caso de ser incorreta perde (desconto) um ponto. No caso de não responder não ganha nem perde pontos).

Resposta: verdadeiro.

3. Existe uma função de produção muito popular em economia, denominada de CES (Constant Elasticity Substitution). Com certeza, vocês vão estudar muito essa função nos cursos de micro-economia. A mesma tem antecedentes em várias publicações dos anos 50, com autores como Dickinson, Nervole, Swan, Soloe, etc., mas foi popularizada em um famoso artigo de Arrow, Chenery, Minhas e Solow, de 1961.

Formalmente, podemos expressar uma CES da seguinte forma:

$$Q = (A L^a + B K^a)^{(1/a)}$$

Onde: Q = produto; L = trabalho; K = capital e os outros símbolos são parâmetros.

Determine se essa função é homogênea e, em caso afirmativo, determine o grau de homogeneidade.

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: podemos multiplicar os insumos L e K por um parâmetro λ . Nesse caso:

$$\begin{aligned} & (A (L \lambda^a) + B (K \lambda^a))^{(1/a)} = (A L^a \lambda^a + B K^a \lambda^a)^{(1/a)} \\ = & (\lambda^a)^{(1/a)} (A L^a + B K^a)^{(1/a)} = (A L^a + B K^a)^{(1/a)} = \lambda Q \end{aligned}$$

Ou seja, o grau de homogeneidade é 1.

4. Avalie a seguinte afirmação:

“Assumamos um programa de maximização de utilidade corriqueiro:

$$\text{Max } U(x_1; x_2)$$

$$\text{s.a. } P_{x1} x_1 + P_{x2} x_2 = y$$

onde: U representa a função de utilidade; x_i os bens disponíveis nessa economia; P_{x_i} os preços dos respectivos bens e y o orçamento disponível.

Resolvendo esse problema por Lagrange, o correspondente multiplicador de Lagrange manifestará em que medida um aumento no consumo de cada um desses bens elevará o nível de utilidade (ou seja, a função objetivo)”

(Não precisa justificar a resposta. Simplesmente dizer se é Falso ou Verdadeiro. No caso da resposta ser correta ganha um ponto, no caso de ser incorreta perde (desconto) um ponto. No caso de não responder não ganha nem perde pontos).

Resposta: falso. O multiplicador de Lagrange representa a sensibilidade da função objetivo diante de infinitesimais mudanças na restrição não nos argumentos da função objetivo.

5. Assumamos o seguinte modelo macroeconômico:

$$S(y;i) - I(i) = X - m(y;i)$$

$$M_d(y;i) = M_s$$

Onde: S = poupança; y = nível de renda; i = taxa de juros; X = exportações; m = importações; M_d = demanda de moeda e M_s = oferta de moeda.

Com: S_y > 0; S_i > 0; I' < 0; m_y > 0; m_i < 0; M_{d y} > 0; M_{d i} < 0 e |I'| + S_i > m_i

Vocês vão estudar em macro que a primeira equação representa o equilíbrio no mercado de bens em uma economia aberta ou, alternativamente, o equilíbrio poupança investimento levando em consideração a poupança doméstica e a poupança externa. A segunda equação é o equilíbrio no mercado de moeda. As variáveis endógenas são y e i. As exógenas X e M_s.

Pergunta: determine $\partial y / \partial x$ e determine o sinal da derivada.

(Esta questão vale três pontos)

Resposta: diferenciando totalmente o modelo temos que:

$$\begin{aligned} S_y dy - S_i di + I' di &= dx - m_y dy - m_i di \\ M_{dy} dy + M_{di} di &= dM_s \end{aligned}$$

Colocando as expressões anteriores em forma matricial temos que:

$$\begin{bmatrix} S_y + m_y & S_i - I' + m_i \\ M_{dy} & M_{di} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy \\ di \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dM_s \end{bmatrix}$$

Resolvendo para dy temos que:

$$dy = \frac{-(S_i - I' + m_i)dM_s + (M_{di})dx}{M_{di}(S_y + m_y) - M_{dy}(S_i - I' + m_i)}$$

Uma vez que procuramos a derivada parcial $\partial y / \partial x$, temos que dM_s=0. Assim:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{M_{di}}{M_{di}(S_y + m_y) - M_{dy}(S_i - I' + m_i)}$$

Uma vez que M_{di} < 0, temos que o denominador é negativo. Vamos agora ao denominador. Dado que S_y e m_y são positivos e M_{di} < 0, temos que M_{di}(S_y+m_y) < 0.

Por outra parte, $S_i > 0$ e uma vez que $l' < 0$, temos que $S_i - l' > 0$. Por sua vez, $m_i < 0$, mas como $|l'| + S_i > m_i$, por hipótese, temos que $(S_i - l' + m_i) > 0$. Uma vez que $M_{dy} > 0$, temos que $-M_{dy} (S_i - l' + m_i) < 0$, e o denominador também é negativo. Assim, numerador e denominador negativos temos que $\partial y / \partial x > 0$: um aumento no nível de exportações eleva o produto.

6. Nos vimos superficialmente na aula (vão aprofundar em microeconomia) que uma curva de indiferença são aqueles pontos nos quais a utilidade não muda não obstante alteração na cesta de bens consumidos. No caso da utilidade não mudar temos que $dU = 0$.

Assumamos que temos três tipos de função de utilidade:

$$(1) \quad U(x_1; x_2) = x_1 * x_2$$

$$(2) \quad U(x_1; x_2) = \ln x_1 + \ln x_2$$

$$(3) \quad U(x_1; x_2) = (x_1^{0.5}) * (x_2^{0.5})$$

Determine a inclinação da curva de indiferença de cada uma dessas funções de utilidade considerando as abscissas (eixo x) como sendo x_1 e das ordenadas x_2 .

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: em todos os casos $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{x_2}{x_1}$. Essas três funções de utilidade vão

gerar a mesma "família" de curvas de indiferença, só mudando o índice de utilidade associado a cada uma delas.