Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa I
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/03
Quarta Prova

Questões

1. Imagine que Q = F (K, t) e K = K(t), onde+ Q = produto; K = capital e t = tempo. Encontre dQ / dt.

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $dQ / dt = F_K K' + F_t$

2. O Teorema de Young diz que uma função com primeiras e segundas derivadas parciais continuas, a ordem de diferenciação para calcular as derivadas parciais é indiferente. Demonstre que, dada $F(x;y;z) = x^2 e^{3y + xz} + 2y^3 x^{-1}$, $F_{x,z} = F_{z,x}$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $F_{x,z} = F_{z,x} = (3x^2 + x^3 z) e^{3y + xz}$

3. Encontre os pontos candidatos a máximo/mínimo na seguinte função:

$$z = 4x^2 - xy + y^2 - x^3$$

(Esta questão vale 1.5 pontos)

Resposta: os candidatos são (0;0) e (2.5;1.25).

4. Determine, a partir das condições de segunda ordem, se os pontos encontrados na questão anterior são máximos, mínimos ou pontos de sela.

(Esta questão vale 1.5 pontos)

Resposta: (0;0) mínimo e (2.5;1.25) ponto de sela.

5. Resolva o seguinte problema de maximização com restrição:

$$\text{Max. } X^{0.25} y^{0.75}$$

$$\text{s.a. } 100 - 2x - 4y = 0$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $x = 12.5$; $y = 18.75$.

6. Imagine que temos a seguinte função $U(x;y) = 2x + 3y$. U pode ser interpretada como a utilidade de um indivíduo e x e y bens que essa pessoa consume. Ou seja, a utilidade ou bem-estar desse indivíduo vai depender do consumo dos bens x e y. Imagine que podemos identificar pontos nos quais a utilidade não mude e colocá-los em um gráfico nas dimensões y e x. Qual seria a inclinação dessa função (a função que relaciona y(x) dada a utilidade)

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: fazendo $dU=0$, é fácil obter que $dy/dx = -2/3$.

7. No caso de ser uma função homogênea, encontre, mediante o Teorema de Euler, o grau de homogeneidade da seguinte função:

$$z(x;y) = (0.3\,x^{-2} + 0.7\,y^{-2})^{-0.5}$$

(Esta questão vale dos pontos)

Resposta: o grau de homogeneidade é 1.

8. Questões optativas. Esta questão está vinculada à prova anterior (aquela que a maioria da turma errou). Ou seja, como a questão vale 1.5 ponto, o resultado vai ser acrescido à nota da prova anterior. Os alunos que responderam corretamente a questão na prova, terão um “plus” que depois vamos negociar (pode ser uma “força” para passar de MS para SS na Nota final, por exemplo). A questão é a seguinte.

a) Suponha que uma economia está composta de dois setores A e I (Agricultura e Indústria). A fim de produzir 1.200 unidades, a agricultura comprou 240 unidades de sua própria produção e 360 da indústria. Para produzir 1.500 unidades, a Indústria comprou 500 unidades da agricultura e 200 unidades da própria indústria. A partir dessas informações, determine a Matriz de coeficientes (conhecida como matriz A).

(Esta questão vale 0.75 ponto)

Resposta:

0,20	0,33
0,30	0,13

b) Imagine a seguinte matriz:

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Determine: $\mathbf{A}^2$ $\mathbf{A}^{-1}$ $\mathbf{A}^{1994}$

(Esta questão vale 0.75 ponto)

Resposta:

$$\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}^{1994} = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix}$$