Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa I
Professor: Carlos Alberto
Período: Verão/07
Quarta Prova

Questões

1. Dada a seguinte função:

$$z\,(x;y) = 3\,x^3 - 5\,y^2 - 225\,x + 70\,y + 23$$

Encontre os pontos críticos e caracterize-os (condições de primeira e segunda ordem).

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: os pontos são (5;7), ponto de sela, e (-5;7), máximo.

2. Nós vimos na aula que o Multiplicador de Lagrange pode ser interpretado como indicando a sensibilidade da função objetivo diante de uma pequena (marginal) mudança na restrição. Esse não é o caso quando a restrição não é uma limitação “normal” em economia (como quando não podemos gastar mais que o nosso salário) senão uma proporção entre as variáveis (por exemplo, quando o valor de uma variável deve ser duas vezes o valor da outra). Esse seria o caso do seguinte programa:

$$\text{Max. } 4\,x^2 - 3x - 5xy - 8y + 2\,y^2$$

$$\text{s.a. } x = 2y$$

Encontre os pontos críticos desse programa (os candidatos a máximo) além do Multiplicador de Lagrange.

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: x = 1.75 ; y = 0.875 e ë = 6.625.

3. Suponha que se queira maximizar a seguinte Função de Produção Cobb-Douglas:

$$Q\,(K;L) = K^{0.3}\,L^{0.5}$$

s.a. $6K + 2L = 384$

Encontre os pontos que maximizam essa função e que respeitem a restrição (utilize a Função de Lagrange e trabalhe com as condições de primeira e segunda ordem).

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: os pontos que maximizam a função objetivo são K = 24; L = 120 e são máximos uma vez que o sinal do Hessiano Orlado é positivo.

4. Dado o seguinte Modelo Macroeconômico:

$$Y = C_0 + C(Y;i)$$
$$L(Y;i) = M_S$$

onde: Y = renda; C = Função Consumo, que depende do nível de renda (Y) e da taxa de juros (i), com $0 < C_Y < 1$. $C_i < 0$. L é a função de demanda de moeda, que também depende do nível de renda e da taxa de juros, com $L_Y > 0$ e $L_i < 0$. M_S é a oferta de moeda. As variáveis exógenas são C_0 e Ms e as endógenas são Y e i. A pergunta é: qual é o sinal i / C_0. (A resposta deve ser obtida diferenciando o modelo e tem que estar justificada).

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $i / C_0. = - L_Y / ((1- C_Y) L_i + C_i L_Y) > 0$

5. Dada a seguinte função:

$$Q (x;y) = (3 x^2) / (5 y^2)$$

determine, utilizando o Teorema de Euler, seu grau de homogeneidade.

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: o grau de homogeneidade é zero uma vez que a elasticidade de Q com respeito a x é de 2 e de -2 a elasticidade de Q com respeito a y.

6. Vamos lembrar um exercício que fizemos na aula. Lembram que a elasticidade substituição era a elasticidade da relação (K/L) com respeito à Taxa Marginal de Substituição (TMS). Um dos caminhos para obter essa elasticidade consiste em determinar a TMS em função da relação K/L (ou, colocar em evidência a relação K/L quando obtemos a TMS). Por sua vez, a TMS era definida como a relação Q_L / Q_K. Dados esses conceitos e definições, determine o valor da elasticidade substituição da seguinte função:

$$Q\,(K,L) = 75\,(\,0.3\,K^{-0.4} + 0.7\,L^{-0.4}\,)^{-2.5}$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: 0.71

7. Demonstre que a condição de primeira ordem de um programa como o seguinte é exatamente igual a condição de primeira ordem de seu dual:

$$\text{Max. } U\,(X_1;X_2) = X_1\,X_2$$

$$\text{s.a. } P\,x_1\,X_1 + P\,x_2\,X_2 = R$$

onde: U = função de utilidade a ser maximizada; X_1 e X2 = bens; P =preços dos respectivos bens e R = renda (o nível de renda e os preços são exógenos ou parâmetros).

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: o dual desse programa seria:

$$\text{Min } P\,x_1\,X_1 + P\,x_2\,X_2$$

$$\text{s.a. } U^0 = U\,(X_1;X_2)$$

onde: U = um nível dado de utilidade. Ou seja, o resultado do dual indicaria qual é a condição de primeira ordem para minimizar o gasto para obter um dado nível de utilidade. Em ambos os casos (primal e dual) a condição de primeira ordem requer que as relações entre as utilidades marginais (U / X_1 e U / X_2) e os respectivos preços sejam iguais.