Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa I
Professor: Carlos Alberto
Período: 1/2013.
Terceira Prova

Questões

1. Resolver, mediante a Regra de Cramer, o seguinte sistema de equações:

$$x-y+z = 3$$
$$15+2y+3z = 0$$
$$3x+y-12=0$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $x \approx 4.67$; $y \approx -2$; $z \approx -3.67$.

2. Dado o seguinte modelo macro:

$$Y = C + I + G$$
$$C = c_0 + c_1 Y$$

Resolva o sistema para as variáveis endógenas Y e C mediante matriz inversa.

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: em termos matriciais, o sistema anterior pode ser representado por:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -c_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I+G \\ c_0 \end{bmatrix}$$

Calculando a matriz-inversa das variáveis endógenas temos que o determinante é igual a $(1-c_1)$. A Adjunta é:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ c_1 & 1 \end{bmatrix}$$

Multiplicando a adjunta sobre o determinante pelo vetor temos que:

$$\frac{1}{1-c1}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ c1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I+G \\ c0 \end{bmatrix} = \frac{1}{1-c1}\begin{bmatrix} I+G+c0 \\ c1(I+G+c0) \end{bmatrix}$$

Ou seja:

$$Y = \frac{I+G+c0}{1-c1}$$

$$C = \frac{c0+c1(I+G)}{1-c1}$$

3. Dada a seguinte matriz de requerimentos técnicos para dois setores:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.8 \\ 0.5 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Determine o nível de produção necessário para satisfazer uma demanda final que está dada pelo seguinte vetor:

$$\begin{bmatrix} 200 \\ 350 \end{bmatrix}$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: primeiro temos que calcular (I-A). que é:

$$(I-A) = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.8 \\ -0.5 & 0.9 \end{bmatrix}$$

Temos, agora, que calcular (I-A)$^{-1}$. O determinante de (I-A) é 0.14. A matriz adjunta é:

Adj. (I-A) = $$\begin{bmatrix} 0.9 & 0.5 \\ 0.8 & 0.6 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.8 \\ 0.5 & 0.6 \end{bmatrix}$$

Assim,

(I-A)$^{-1}$ ≈ $$\begin{bmatrix} 6.43 & 5.71 \\ 3.57 & 4.29 \end{bmatrix}$$

Multiplicando essa matriz pelo vetor de demanda final temos que:

≈ $$\begin{bmatrix} 3.285 \\ 2.215 \end{bmatrix}$$

4. Questão de ANPEC/2006:

"Assinale V (verdadeiro) ou F (falso):

Seja a matriz **A** = $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Essa matriz possui dois auto-valores: 1 e -1. A pergunta sobre a qual ter que afirmar se é verdadeira ou falsa é: o vetor (1;1) é um autovetor associado ao autor valor 1 e o vetor (-1;1) é um autovetor associado ao autovalor -1.**"**

((Não precisa justificar a resposta. Simplesmente dizer se é Falso ou Verdadeiro. No caso da resposta ser correta ganha um ponto, no caso de ser incorreta perde (desconto) um ponto. No caso de não responder não ganha nem perde pontos).

Resposta: verdadeiro. Para o autor valor 1 temos que:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Assim, $x_1=x_2$. Procedendo da mesma forma se chega a que $x_1=-x_2$ para o autovalor -1.

5. Questão de ANPEC/2006:

"Assinale V (verdadeiro) ou F (falso):

Seja a matriz **A** = $\begin{bmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.25 & 0.75 \end{bmatrix}$. Os autovalores de A são 1 e 2"

((Não precisa justificar a resposta. Simplesmente dizer se é Falso ou Verdadeiro. No caso da resposta ser correta ganha um ponto, no caso de ser incorreta perde (desconto) um ponto. No caso de não responder não ganha nem perde pontos).

Resposta: falso. Os autovalores de **A** são 1 e 0.5.

6. Dada a seguinte função:

$$y = \frac{x^2}{(x+2)}$$

Encontrar os pontos críticos e caracterize os mesmos (máximos, mínimos, pontos de inflexão).

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: a primeira derivada da função anterior é:

$$y' = \frac{x^2 + 4x}{(x+2)^2}$$

De onde facilmente deduzimos que nossos candidatos são: $x_1 = 0$ e $x_2 = -4$.

Vamos, agora, a encontrar a segunda derivada:

$$y'' = \frac{8}{(x+2)^3}$$

Avaliando os candidatos temos que:

y''(0)= 1 >0 → mínimo

y''(-4)= -1 < 0 → máximo.