

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Primeira Prova
Período: 1/2011

Questões

1. Dada a seguinte equação diferencial:

$$y' = y^2 - 10y + 16$$

Desenhar o diagrama de fase, indicando os equilíbrios e suas características.

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: os equilíbrios são 2 (estável) e 8 (instável).

2. Resolver a seguinte equação diferencial:

$$y' = 4y + 2e^x (y)^{0.5}$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $y(x) = (\text{cte. } e^{2x} - e^x)^2$

3. Resolver, em Y, o seguinte modelo macro:

$$\begin{aligned} C(t) &= \alpha Y(t) \\ I(t) &= \beta Y(t) \\ Y' &= \lambda (C+I - Y) \end{aligned}$$

Onde: Y = renda; C = consumo; I = investimento

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $Y(t) = Cte. e^{\lambda(\alpha + \beta - 1)t}$

4. Resolver a seguinte equação diferencial:

$$y' = (2/x)y + (2a^2)/x^2$$

a = parâmetro

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $y(x) = Cte. x^2 - (2a^2/3x)$

5. Avalie se a seguinte afirmação é falsa ou verdadeira:

“Dada uma função $y(x)$, sabendo que $\partial \ln y / \partial \ln x = 0.03$, podemos concluir que a taxa de variação de y é de 3%”

(Não precisa justificar a resposta. Somente falar se é verdadeira ou falsa. Esta questão vale um ponto no caso de uma escolha certa. Não conta pontos no caso de não ser respondida e desconto um ponto no caso de uma resposta errada)

Resposta: falsa. A $\partial \ln y / \partial \ln x$ tem como resultado a elasticidade e não a taxa de variação.

6. Vamos a aplicar o estudado em equações diferenciais a um problema de esgotamento dos recursos naturais, um problema bem atual. Suponhamos que temos um estoque de peixes (que vamos denominar y). Assuma que o crescimento absoluto desse estoque está dado pela seguinte expressão:

$$2y(1 - y/2)$$

Suponha que o governo fixa a quantidade de peixes que podem ser extraídos em cada momento do tempo em $3/4$. Essa cota de pesca, ou ela levará à extinção dos cardumes ou ela é sustentável?

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: a equação diferencial será: $y' = 2y(1 - y/2) - 0.75$. (A variação do estoque de peixes será a diferença entre seu crescimento e a cota de extração). Resolvendo temos dois equilíbrios: 0.5 e 1.5. O primeiro equilíbrio é instável e o segundo estável. Ou seja, no caso do estoque inicial de peixes ser menor que 0.5

teremos uma extinção dos cardumes. No caso de ser maior que 0.5 a cota assegura a sua sustentabilidade em torno de um valor de 1.5.