Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 1/2017
Primeira Prova

Questões

1. A população de uma determinada espécie está crescendo de forma exponencial. De uma quantidade inicial de 50, cinco anos mais tarde foram contabilizados 75. Encontrar uma função P(t) (onde P=população e t=tempo) que me permita estimar a quantidade dessa espécie em qualquer momento futuro do tempo.

(Esta questão vale dois pontos)

Respostas: $75=50\ e^{x5}$. Aplicando logaritmos e resolvendo temos que:

$$P(t)= 50\ e^{(0,0811)t}$$

Também poderíamos ter solucionado mediante equações diferenciais. Ou seja, sabemos que:

$P'=50\ (x)\ e^{xt}$. Separando as variáveis temos que: $dP= 50x\ e^{xt}\ dt$. Integrando temos que: $P(t)= Cte.\ 50\ e^{xt}$. Uma vez que sabemos que em t=0 P(0)=50, Cte=1. Aplicando logaritmo natural chegamos à expressão que tínhamos encontrado.

2. Assuma um modelo de oferta e demanda cujas funções são:

D(t)= 160-5P(t)-3P(t)’

S(t) =40+3P(t)+P(t)’

S(t)=D(t)

P(0)=20

Encontrar a função P(t). Qual é o preço de equilíbrio ? O equilíbrio é estável ou não ?

(Esta questão vale três pontos. Justificar as respostas.)

Resposta: igualando oferta e demanda chegamos à seguinte equação diferencial:

$$P'+2P=30$$

A solução é: $P(t)= 5\ e^{-2t}+15$. O equilíbrio é 15 (b/a) e é estável (-2).

3. Assuma o seguinte sistema de equações diferenciais:

y1'=y1+3y2-4
y2'=y1-y2+4

Desenhe o diagrama de fase completo e justifique analiticamente o equilíbrio e as características do mesmo.

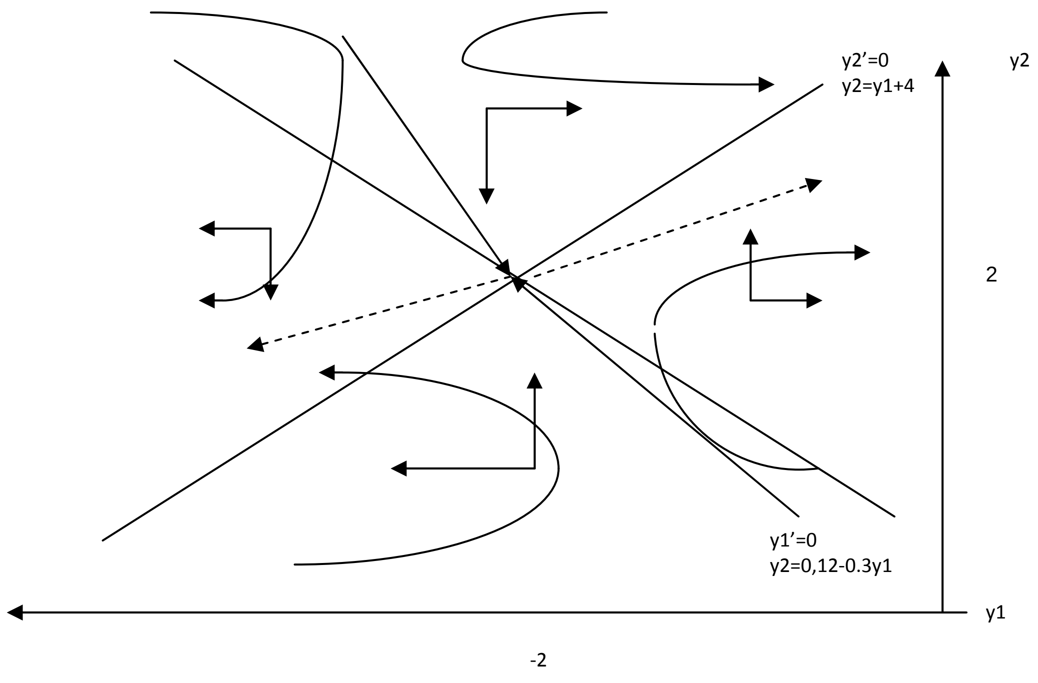
(Esta questão vale cinco pontos. Trabalho com o quadrante negativo do eixo x e o positivo do eixo y).

Resposta:

As raízes da equação característica são 2 e -2, ou seja, estamos diante de um sistema com um ponto de sela.

O equilíbrio do sistema ($-A_2^{-1}$*B) é y1=-2 e y2=2. O mesmo resultado obtemos quando resolvemos o sistema de equações quando y1'=0 e y2'=0.

Graficamente:



O caminho convergente será: y2=-y1

O caminho divergente: y2=0.3y1+2.67