Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 1/2019
Primeira Prova

Questões

Lembremos que a solução geral de uma equação diferencial de primeira ordem (primeira ordem significa que só tem uma primeira derivada) e ordinária (uma equação diferencial ordinária é aquela na qual a função em questão só tem uma variável) do tipo: y (x)' + a (x) y(x) = b (x) (onde x é a variável dependente e a(x) e b(x) são funções) é:

$$y(x) = e^{-\int a(x)\,dx} \left[Cte + \int e^{\int a(x)\,dx}\, b(x)\,dx \right]$$

1. Resolver, mediante a separação de variáveis, a seguinte equação diferencial:

$$2y' - \frac{1}{y} = \frac{2x}{y}$$

(Esta questão vale dois pontos e só serão consideradas válidas as respostas obtidas mediante separação de variáveis)

Resposta: $y(x)=(x^2+x+Cte)^{0.5}$

2. De acordo com a Lei do Esfriamento de Newton a taxa de perda de calor (variação de calor) de um corpo é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e a vizinhança. Vamos supor que em um ambiente pequeno de ensaio laboratorial a temperatura ambiente é de 70 graus e que um objeto esfriou de 350 graus para 150 em 45 minutos. Pergunta: quanto demorará (em minutos) para atingir uma temperatura de 80 graus ?

(Esta questão vale quatro pontos)

Resposta: Vamos fazer T temperatura e t tempo (em minutos). Segundo a Lei de Esfriamento de Newton temos que: T'= k(T-70) (70 é, segundo o problema, a temperatura do entorno). Resolvendo essa equação diferencial temos que:

$$T(t)= 70 + Cte\ e^{kt}$$

Sabemos que em t=0 a temperatura do objetivo era de 350. Ou seja:

$$350= 70 + Cte\ e^{k0}$$

De onde deduzimos que Cte= 80. Também sabemos que transcorridos 45 minutos a temperatura do objeto foi de 150. Ou seja:

$$150= 70 + 280\ e^{k45}$$

De onde deduzimos que k≈ -0.0278.

Assim, a expressão geral será:

$$T(t) = 70 + 280\ e^{-0.02787\ t}$$

A resposta à pergunta formulada pode ser obtida colocando em evidencia t da seguinte igualdade:

$$80 = 70 + 280\ e^{-0.02787\ t}$$

A resposta é de ≈ 119 minutos.

3. Desenhe o diagrama de fase da seguinte equação diferencial:

$$y'= y^3 -15\ y^2 +6y$$

(Esta questão vale três pontos)

4. Questão ANPEC/2018:

"Suponha que o tempo é continuo e que os preços pt se ajustam de maneira proporcional ao excesso de demanda zt com constante de proporcionalidade k. Isto é, p't=kzt. Assumindo que as ofertas e demandas são lineares: $qts=c+dpt$, $qtd=a-bpt$, respectivamente, julgue a seguinte afirmativa, se as constantes k,a,b,c e d são estritamente positivas: A equação diferencial para o preço é $p't=k(b+d)pt-k(a-c)$"

(Responda se essa afirmação é verdadeira (V) ou falsa (F). Esta questão vale um ponto se a escolha estiver certa. Vou descontar um ponto no caso de a escolha estar errada. Não precisa provar a resposta. Só indicar se é verdadeira ou falsa. Não respondendo não ganha nem perde pontos)

Resposta: F