Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: Verão/10
Primeira Prova

Lembremos que a solução geral de uma equação diferencial de primeira ordem (primeira ordem significa que só tem uma primeira derivada) e ordinária (uma equação diferencial ordinária é aquela na qual a função em questão só tem uma variável) do tipo: y (x)' + a (x) y(x) = b (x) (onde x é a variável dependente e a(x) e b(x) são funções) é:

$$y(x) = e^{-\int a(x)\,dx} \left[Cte + \int e^{\int a(x)\,dx}\, b(x)\,dx \right]$$

No caso das equações em diferença de primeira ordem (primeira ordem significa que a variável dependente está desfasada um período) com coeficientes constantes (com coeficientes constantes significa que tanto a como b são parâmetros) do tipo: $y_t = a\,y_{t-1} + b$ é:

$$y_t = a^t\,[\,y_0 - b/(1-a)] + b/(1-a)] \text{ para } a \neq 1$$

no caso de a =1:

$$y_t = y_0 + tb.$$

Questões

1. Vocês sabem que o mandato de presidente no Brasil é de 4 anos. Suponha que o presidente a ser escolhido nas eleções deste ano pense ficar 8 anos (ou seja, ele está supondo que será reeleito). Assuma que o mesmo pense que dobrar a renda per-capita do Brasil no transcurso desses 8 anos. Trabalhando com um crescimento populacional médio de 1.5% ao ano, qual teria que ser a taxa média do crescimento do PIB nesse período para que a renda per-capita média dobre ?

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: mais ou menos 10,7% a.a.

2. Dada a função $y(x) = (x+1)^{2}$, mediante derivação logaritmica, calcule a elasticidade dessa função.

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $2x/(x+1)$.

3. Observe as duas seguintes equações em diferença:

$$y_t = y_{t-1}^{-0.25} \qquad y_t = y_{t-1}^{-1.25}$$

como podemos observar elas são extremamente parecidas. Desenhem o diagrama de fase de cada uma delas (inclusive com as *setinhas* para que um leitor do gráfico possa perceber a trajetória da variável no tempo).

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: o equilíbrio nas duas equações é de 1 (em zero a função não está definida). As duas são convexas, nas duas a trajetória é oscilante, mas na primeira o equlíbrio é estável e na segunda não.

4. Considere o seguinte modelo de ajuste de preços:

(1) $Q_{d,t} = a - b\,P_t$

(2) $Q_{s,t} = c + d\,P_t$

(3) $P_{t+1} = P_t - \beta\,(Q_{d,t} - Q_{s,t})$

Onde a, b c, d e β são positivos.

Solucione a equação em diferenças que surge desse modelo.

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $P_t = (1 + \beta\,(d+b))^{t}\,(P_0 + (c\text{-}a/(d+b)) - [\,(c\text{-}a/(d+b)\,]$

5. Considere o seguinte modelo macro:

(1) $C(t) = \beta\, y(t)$, onde β é a propensão marginal a consumir e $0 < \beta < 1$;
(2) $I(t) = \alpha\, y(t)$, $\alpha > 0$~
(3) $y' = \mu\,(C+I - y)$; $\mu > 0$
(4) $y(0) = y_0$

Determine y(t)

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $y(t) = y_0 \, e^{\mu (\alpha + \beta - 1)t}$

6. Dada a seguinte equação diferencial:

$$y' - y^2 + 10\,y - 16 = 0$$

Desenhe o diagrama de fase.

(Esta questão vale um ponto).

7. Dada uma função de demanda Q (P), sabemos que a sua elasticidade é:

$$\xi_{Q,P} = -(5P + 2\,P^2)/Q, \text{ quando } Q = 500 \text{ e } P = 10.$$

Dadas essas informações, encontre a função de demanda que está na origem dessa elasticidade.

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $Q(P) = 650 - 5P - P^2$