Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2014
Quarta Prova

Questões

1. Resolva (encontre os candidatos (as condições de primeira ordem) do seguinte problema de maximização:

$$\text{Max. } 64x - 2x^2 + 96y - 4y^2 - 13$$

$$\text{s.a. } \quad x + y \leq 36$$

(Esta questão vale três pontos)

Resposta: no caso de a restrição não apresentar folga temos que $\lambda > 0$ o sistema encontra um valor absurdo uma vez que $\lambda = -21.33$. No caso de $\lambda = 0$ temos que $x = 16$ e $y = 12$.

2. No início da aula (sexta feira 21/11/2014) tentamos resolver o seguinte problema de maximização:

$$\text{Max. } U = 2x + 3y$$

onde U é a função de utilidade, x e y são dois bens. O preço desses bens seria $P_x = 1$ e $P_y = 1$ sendo que a renda do indivíduo que pretende maximizar a função objetivo é de R$ 6.

Não conseguimos resolver mas, com a técnica e os exemplos que desenvolvemos na aula, já era possível encontrar uma solução. Eu falei que era para tentar resolver no fim de semana e que me apresentassem o resultado segunda. Nenhum aluno me apresentou nada.

Agora voltamos sobre o problema. A pergunta é: dada a função de utilidade anterior e as informações sobre preços e renda, determine a combinação de x e y que são candidatos a maximizar a função objetivo. A resposta deve utilizar as condições de Kuhn-Tucker.

(Esta questão vale cinco pontos)

Resposta:

A Função de Lagrange será:

$$\llcorner = 2x + 3y - \lambda_1 (x+y-6) + \lambda_2 x + \lambda_2 y$$

As condições de Kuhn-Tucker são:

(1) $\llcorner_x = 2 - \lambda_1 + \lambda_2 = 0$

(2) $\llcorner_y = 3 - \lambda_1 + \lambda_3 = 0$

(3) $\lambda_1 (x+y-6) = 0$

(4) $\lambda_2 x = 0$

(5) $\lambda_3 y = 0$

As alternativas a ser exploradas são 8 ($(2)^3$).

Vamos analisar cada uma delas.

(1) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$

Neste caso 2=0 (por Lx). Absurdo e rejeitamos a alternativa;

(2) $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ e $\lambda_3 > 0$

Rejeitamos pela mesma razão anterior, uma vez que, por Lx, 2=0;

(3) $\lambda_1 = \lambda_2 > 0$ e $\lambda_3 = 0$

Absurdo uma vez que, por Ly, 3=0. Rejeitamos esta possibilidade;

(4) $\lambda_1 > 0$ e $\lambda_2 = 0$ e $\lambda_3 = 0$

Neste caso por Lx, temos que $\lambda_1 = 2$ e por Ly, $\lambda_1 = 3$. Rejeitamos por absurdo;

(5) λ_1 > 0 e λ_2 >0 e $\lambda_3 = 0$.

Uma vez que λ_2 >0 temos que x=0 (ver (4) nas condições de K-T_. Uma vez que x=0 e λ_1 >0 temos, necessariamente, que y=6 (ver (3) nas condições de K-T). Se $\lambda_3 = 0$, por $\llcorner_y$ temos que λ_1 = 2 e, por $\llcorner_x$, λ_2 =1. Esta é uma alternativa:

x = 0;y = 6; λ_1 = 2; λ_2 =1; λ_3 = 0

(6) λ_1 > 0 e λ_2 =0 e λ_3 > 0.

Neste caso temos que, como λ_2 =0 por $\llcorner_x$, λ_1 = 2. Mas se λ_1 = 2 por $\llcorner_y$ temos que λ_3 = -1. Rejeitamos uma vez que todo multiplicador tem que ser positivo;

(7) λ_1 = 0 e λ_2 >0 e λ_3 > 0.

No caso de λ_1 = 0, por $\llcorner_x$, λ_2 = -2. Rejeitamos.

(8) λ_1 > 0; λ_2 >0; λ_3 > 0.

No caso de λ_2 >0 temos que x=0 e uma vez que λ_3 >0, y=0. Mas se x+y=0 que dizer que a restrição estã folgada é λ_1=0. Absurdo porque estamos supondo que λ_1 > 0.

Ou seja, que o ponto crítico (o nosso candidato) é uma solução de canto com x=0 e y=6.

3. Questão ANPEC/2005:

"Considere o problema (P) de maximização condicionada abaixo:

$$\begin{aligned} &\max\ f(x,y) \\ &\textit{sujeito a} \quad g(x,y;\theta) = b \end{aligned}$$

Os parâmetros reais b e θ são exógenos"

Avalie a seguinte afirmativa: "Se $b > 0$, $g(x,y;\theta) = x + y$ e $f(x,y) = \sqrt{xy}$, então o multiplicador de Lagrange não depende de *b*"

(Deve ser respondido se essa afirmação é falsa ou verdadeira. Não precisa justificar a sua resposta, somente falar se é falsa ou verdadeira. No caso da resposta estar correta ganha um ponto, no caso da resposta estar errada desconto um ponto. O aluno que não responder não ganha nem perde pontos)

Resposta: verdadeira.

4. Questão ANPEC/2005:

"Considere o problema (P) de maximização condicionada abaixo:

$$\begin{aligned} &\max \ f(x,y) \\ &\textit{sujeito a} \quad g(x,y;\theta) = b \end{aligned}$$

Os parâmetros reais *b* e θ são exógenos"

Avalie a seguinte afirmativa: "Seja λ o multiplicador de Lagrange do problema (P) e $V(b,\theta)$ a função-valor, ou seja, a função-objetivo avaliada na solução. Se *b* varia em uma unidade infinitesimal, então $V(b,\theta)$ varia em λ unidades infinitesimais."

(Deve se respondido se essa afirmação é falsa ou verdadeira. Não precisa justificar a sua resposta, somente falar se é falsa ou verdadeira. No caso da resposta estar correta ganha um ponto, no caso da resposta estar errada desconto um ponto. O aluno que não responder não ganha nem perde pontos)

Resposta: verdadeira.