Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2015
Quinta Prova

Questões

1. Suponha que uma firma produza dois bens: x1 e x2. O objetivo da firma é maximizar lucros e o lucro proporcionado por uma unidade de x1 é de R$ 20 sendo de R$ 24 no caso de x2. Para produzir esses bens a firma precisa de dois tipos de trabalhadores, um qualificado e outro não-qualificado. Para produzir uma unidade do bem x1 ele precisa de 3 horas/homem de trabalho qualificado e 6 horas/homem de trabalho não-qualificado. Para produzir uma unidade do bem x2 as necessidades técnicas são de 4 e 2, respectivamente. Dada a legislação trabalhista limitando a jornada de trabalho e o número de assalariados, o estoque de horas/homem é de 60 (no caso de trabalho qualificado) e de 32 (trabalho não-qualificado).

Formule o problema em termos de programação linear, desenhe o gráfico, identifique os candidatos e escolha a combinação de x1 e x2 que a firma produzirá.

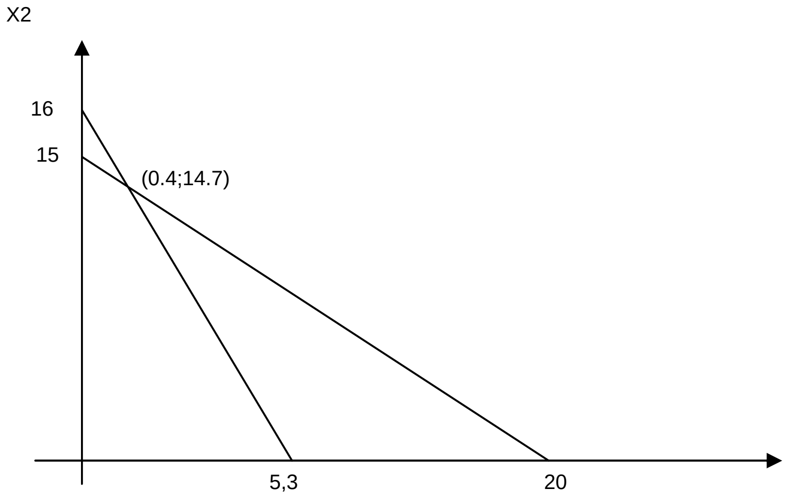
(Esta questão vale um ponto)

Resposta: o problema será:

$$\text{Max. } 20\,x1 + 24\,x2$$

$$\text{s.a. } 3\,x1 + 4\,x2 \leq 60$$
$$6\,x1 + 2\,x2 \leq 32$$

Em termos gráficos:



O ponto que maximiza é x1 = 0.4 e x2 = 14.7.

2. Uma firma comercializa dois tipos de produto: um de luxo (x1) e outro mais popular (x2). O lucro proporcionado por unidade do produto de luxo é de R$ 8 e R$ 6 no bem mais popular. A capacidade de estoque de firma é de 350 unidades, mas o desenho do prédio no qual vai estocar os produtos só podem ser 200 do tipo de luxo. A firma também não quer ter no estoque menos produtos de luxo que populares. O produto em estoque requer uma certa manutenção para ser disponibilizado diretamente à venda. No caso do produto de luxo requer 4 horas/homem de manutenção por semana sendo o requerimento de 3 horas no caso do produto popular. O total de horas/semana disponíveis pela firma é de 1.400. A firma tem que decidir quanto comprará de cada produto para comercializar.

Perguntas: apresente o problema em termos matemáticos, determina a fronteira em termos gráficos e encontre a quantidade que a firma comprará de cada produto.

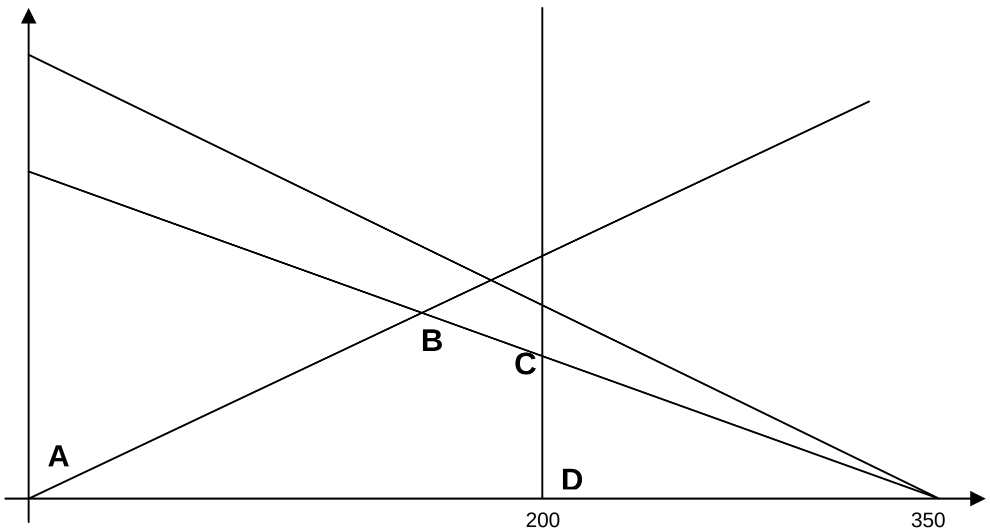
(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: o problema pode ser apresentado da seguinte forma:

Max 8 x1 + 6 x2

s.a. $x1 \leq 200$
$x1 \geq x2$
$x1+x2 \leq 350$
$4\,x1 + 3\,x2 \leq 1400$

O gráfico será:



O nossos candidatos são os pontos A,B,C e D. A solução será no ponto C, com x1 = 200 e x2=150.

3. Solucionar o seguinte problema:

Min. 2x1+3x2+4x3+2x4

s.a. x1+x2-2x3+2x4 ≥1
2x1-2x2+x3+x4≥1

(Este problema vale três pontos)

Resposta: dado que o problema não tem solução gráfica vamos para o dual tentando encontrar alguma folga e assim poder eliminar alguma variável.

O dual do problema anterior será (vamos denominar yi as correspondentes variáveis do dual):

Max. y1+y2

s.a. y1+2y2≤2
y1-2y2≤3
-2y1+y2≤4
2y1+y2≤2

A solução do dual nos permite visualizar que, dada a folga, as variáveis do primal $x2=x3=x5=x6=0$. A solução do primal fica fácil e $x1=x4=(1/3)$

4. Suponha que a economia esteja composta por dois setores, A e I (Agricultura e Indústria respectivamente). Em um determinado período, o setor A vendeu para ele mesmo 240 e para a Indústria 360. Por sua vez, I vendeu para A 500 e para a própria I 200. A produção total nesse período foi de 1200 (no caso de A) e 1500 (no caso de I). No período posterior, a demanda final foi de 460 para o setor A e de 1.200 para o setor I.

Pergunta: qual será a nova produção total ?

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: aproximadamente 1.404 e 1871, respectivamente.

5. Resolva, por Kuhn-Tucker (K-T):

$$\text{Max. } x^2+y^2+y-1$$

$$\text{s.a. } x^2+y^2 \leq 1$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: três candidatos: $(x;y;\lambda)$: (0;-1/2;0); (0;-1;1);(0;1;1). O candidato que maximiza é (0;1;1).

6. Questão ANPEC/2009:

"Sejam f,g: $R^2 \rightarrow R$, dadas por $f(x;)=xy+5$ e $g(x;y)=x^2+y^2$. Encontre o valor máximo de f restrita a $g(x;y)\leq 2$."

(Esta questão vale um ponto e deve ser resolvida por K-T).

Resposta: o valor máximo é 6.