Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Terceira Prova
Período: 1/2011

Questões

1. Resolva o seguinte sistema de equações em diferença:

(1) $y_t = 6\, y_{t-1} - 8\, x_{t-1} + 10$

(2) $x_t = 6\, y_{t-1} + 1$

(3) $y_0 = 2$

(4) $x_0 = 1$

Nas raízes faça $C_1 = 1$

Lembrete: $|A_2 - r\, A_1| = 0$; $|A_2 - r_i\, A_1|\, C_i = 0$; $|A_1 - A_2|^{-1}\, B = 0$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: as raízes são 4 e 2. Para a raiz 4 os valores dos C são 1 e 0.25 e para a raiz 2 os valores são 1 2 0.5. A integral particular ter como resultado 2/3 (para y) e 5/3 (para x). Com esses dados mais as condições iniciais o resultado final é:

$y_t = 16/3\ 4^t - 4\ 2^t + (2/3)$; $x_t = 4/3\ 4^t - 2\ 2^t + (5/3)$

2. Resolva o seguinte sistema de equações diferenciais:

(1) $y'_1 = y_1 - 3\, y_2 - 5$

(2) $y'_2 = 0.25\, y_1 + 3\, y_2 - 5$

(3) $y_1(0) = 1$

(4) $y_2(0) = 3$

Nas raízes faça $C_1 = 1$

Lembrete: $|A_2 – r\ A_1| = 0$; $|A_2 – r_i\ A_1|\ C_i = 0$; $-|\ A_2|^{-1}\ B=0$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: as raízes são 2.5 e 1.5. Com $C_1 = 1$, os valores de C2 são -0.5 (no caso da raiz 2.5) e de 0.17 (no caso da raiz 1.5). As soluções particulares são 8 e 1. Dadas as condições iniciais, temos que $k_1 = -(5/2)$ e $k_2 = -(9/2)$. Com esses dados, o resultado é:

$$y_1 = 4.5\ e^{1.5t} - 2.5\ e^{2.5t} + 8 \quad ; \quad y_2 = 0.75\ e^{1.5t} + (5/4)\ e^{2.5t} + 1$$

3. Na sala de aula não fiz nenhuma menção ao equilíbrio e estabilidade do equilíbrio no sistema de equações em diferença. Contudo, a sua determinação e caracterização são muito fáceis. É só pensar. Vamos nos concentrar no equilíbrio (não na trajetória temporal se nos encontrarmos fora do mesmo). Suponhamos que tenhamos o seguinte sistema:

$$(1)\ \ y_t = a_{11}\ y_{t-1} + a_{12}\ x_{t-1} + b_1$$

$$(2)\ \ x_t = a_{21}\ y_{t-1} + a_{22}\ x_{t-1} + b_2$$

Determine o valor de equilíbrio de y e x.

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: o equilíbrio é, por definição, um valor que (na ausência de choques) se reproduz no tempo. Ou seja, $y_t = y_{t-1} + y_{t-2} + ...$ O mesmo para x. Chamemos esses valores de equilíbrio de y* e x*. Em uma situação de equilíbrio teríamos:

$$(1)\ \ y^* = a_{11}\ y^* + a_{12}\ x^* + b_1$$

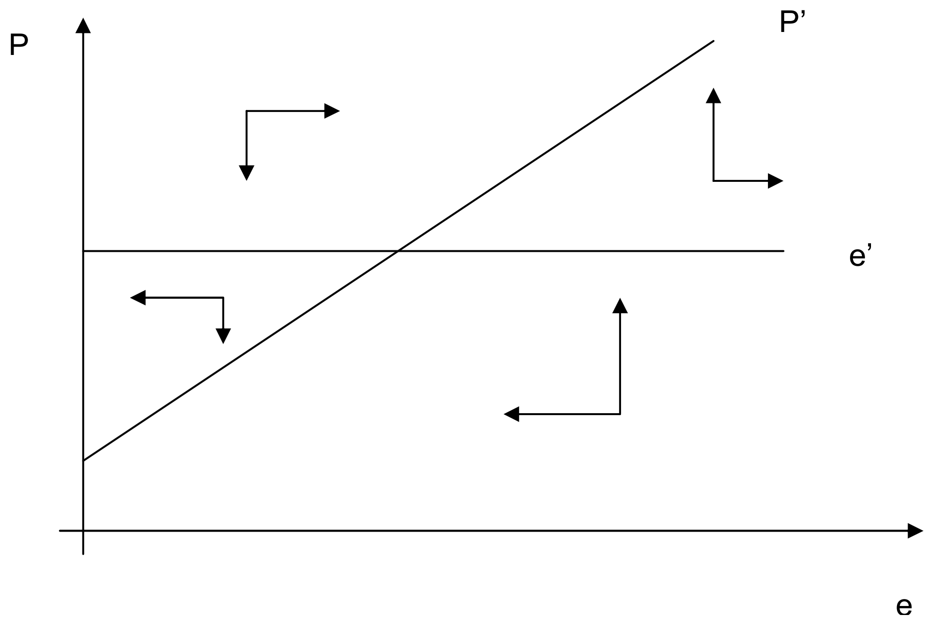
$$(2)\ \ x^* = a_{21}\ y^* + a_{22}\ x^* + b_2$$

Ou seja, duas equações com duas incógnitas. Resolvendo temos que:

$$y^* = [\ (1-\ a_{22})\ b_1 + a_{12}\ b_2\ ]\ /\ \Delta\ ;\ x^* = [\ (1-\ a_{11})\ b_2 + a_{21}\ b_1\ ]\ /\ \Delta$$

onde: $\Delta = (1- a_{11})(1- a_{22}) - a_{12} a_{21}$.

4. Um modelo muito conhecido em macroeconomia é o modelo de Dornbush sobre o overshooting da taxa de câmbio (Dornsbush Overshooting Model). O diagrama de fase desse modelo pode ser representado da seguinte forma:



Onde: P, nível de preços e, taxa de câmbio.

A partir da leitura desse diagrama de fase, podemos concluir que:

a) as raízes do sistema de equações diferenciais do modelo são ambas positivas;
b) as raízes do sistema de equações diferenciais do modelo são ambas negativas;
c) as raízes do sistema de equações diferenciais do modelo tem sinais opostos.

Tem que ser escolhida uma das três alternativas e só uma é verdadeira. No caso da escolha ser certa se ganha um ponto. No caso da escolha ser errada será descontado um ponto. Não caso da questão não ser respondida não contará pontos.

Resposta: c)

5. Dado o seguinte sistema de equações diferenciais, desenhe o diagrama de fase:

(1) $y'_1 = -y_1$

(2) $y'_2 = -y_1 y_2 - y_2^2$

(Esta questão vale três pontos)

Resposta: