

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2014
Terceira Prova

Sistema de Equações Diferenciais

$$|A_2 - r_i A_1| = 0 ; [A_2 - r_i A_1]C_i = 0 ; X_p; Y_p = -A_2^{-1} B$$

Sistema de Equações em Diferença

$$|A_2 - r_i A_1| = 0 ; [A_2 - r_i A_1]C_i = 0 ; X_p; Y_p = [A_1 - A_2]^{-1} B$$

Questões

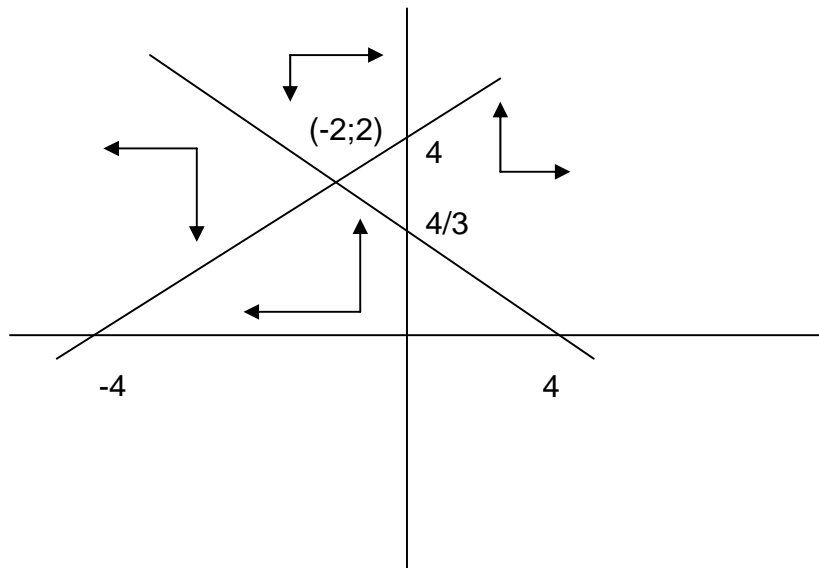
1. Desenhe (utilizando os quatro quadrantes) o diagrama de fase do seguinte sistema:

$$y_1' = y_1 + 3y_2 - 4$$

$$y_2' = y_1 - y_2 + 4$$

(Esta questão vale três pontos)

Resposta:



2. Resolva o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$y_1' = y_2$$

$$y_2' = 2y_1 + y_2 - 6$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: as raízes da equação característica são 2 e -1. Os auto-valores associados a essas raízes são: para a raiz 2 temos que $2c_1 = c_2$. Fazendo $c_1 = 1$ temos que $c_2 = 2$. Para a outra raiz temos que $c_1 = -c_2$ e fazendo $c_1 = 1$ temos que $c_2 = -1$. A solução particular tem como resultado um vetor (3;0).

Dessa forma, a resposta será:

$$y_1 = k_1 e^{2t} + k_2 e^{-t} + 3$$

$$y_2 = k_1 2 e^{2t} - k_2 e^{-t}$$

3. Resolver o seguinte sistema de equações em diferença:

$$x_{t+1} = -x_t - 2y_t + 6$$

$$y_{t+1} = -2x_t + 2y_t + 3$$

$$x_0 = 2$$

$$y_0 = 3$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: as raízes da equação característica são; 3 e -2. Os auto-vetores são (para a raiz 3) $-2 c_1 = c_2$ e fazendo $c_1 = 1$ temos que $c_2 = -2$. Para a raiz -2 temos que o auto-vetor será $c_1 = 2 c_2$ e fazendo $c_2 = 1$ temos que $c_1 = 2$. A solução particular será um vetor (2:1). Trabalhando as condições iniciais teremos que $k_1 = 2/5$ e $k_2 = -4/5$. Assim, a resposta será:

$$x_t = (4/5) (-2)^t - (4/5) 3^t + 2$$

$$y_t = (2/5) (-2)^t + (8/5) 3^t + 1$$

4. Imagine que x_t é o número de pessoas empregadas no período t e y_t o número de pessoas desempregadas no período t. Seja p a probabilidade de uma pessoa desempregada encontrar emprego em qualquer período e q a probabilidade de uma pessoa empregada continuar nessa situação. Descreva a dinâmica do emprego e desemprego e resolva o sistema.

(Esta questão vale três pontos. Dica: $r^2 - (q-p+1)r + (q-p) = (r-1)(r+p-q) = 0$, onde r é a incógnita de uma equação)

Resposta: o sistema pode ser representado da seguinte forma:

$$x_t = q x_{t-1} + p y_{t-1}$$

$$y_t = (1-q) x_{t-1} + (1-p) y_{t-1}$$

As raízes da equação característica serão: (q-p) e 1. Vamos trabalhar com a raiz 1. Vamos ter $C_1(1-q) - p C_2 = 0$. Fazendo $C_1 = p$, temos que $C_2 = (1-q)$. Para a outra raiz temos que $p C_1 + p C_2 = 0$ e fazendo $C_1 = 1$ temos que $C_2 = -1$. A solução será:

$$x_t = k_1 (q-p)^t + k_2 p$$

$$y_t = -k_1 (q-p)^t + k_2 (1-q)$$