Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/02
Terceira Prova

Questões

(Em todas as questões teremos x (t), ou seja, x (variável dependente) é uma função de t (variável independente)).

1. Resolver, através de variáveis separáveis, a seguinte equação diferencial:

$$x' = 4\,t\,x + t$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta:

Separando as variáveis temos que dx / 4x+1 = t dt. Integrando ambos os lados da equação chegamos ao resultado:

$$X(t) = c\,e^{2t^2} - 0.25$$

Onde: c é uma constante.

2. Resolva a seguinte equação diferencial no caso particular em que (t;x) = (0;1):

$$3x' + 2x + 16 = 0$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta:

Essa equação pode ser reescrita como

$$x' + (2/3)\,x = -(16/3)$$

Resolvendo temos que o resultado é : $x(t) = C\,e^{-2/3\,t} - 8$ e, dados os valores de t e x indicados, temos que C = 9

3. Resolver a seguinte equação diferencial:

$$x' - t\,x / (t^2 - 1) - t = 0 \text{ (para } t > 0)$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta:

A solução desta questão consiste simplesmente em aplicar a fórmula quanto a e b são funções de t (não são constantes). O resultado é:

$$x(t) = C\,(t^2 - 1)^{0.5} + t^2 - 1$$

4. Resolva a seguinte equação diferencial:

$$x' = e^{0.5\,t} \; ; \; x(0) = 1$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta:

Talvez a forma mais fácil de resolver esta questão seja mediante a separação de variáveis é a resposta é: $x(t) = 2\,e^{0.5\,t} - 1$

5. A função (constante) $x(t) = 3$ é uma solução da equação diferencial $x' = 6 - 2x$?

(A resposta deve ser justificada, esta questão vale um ponto)

Resposta:

A forma mais simples é substituir o resultado proposto na equação diferencial dada. Ou seja, $x' = 0 = 6 - 2\,(3)$.

6. A partir da seguinte equação diferencial: $x' = x^2 - 4x$, desenhe o diagrama de fase, determine os pontos de equilíbrio e sua estabilidade.

(Esta questão vale três pontos)

Resposta:

O primeiro ponto no qual x ' = 0 (ou seja, o equilíbrio) é, logicamente, quando x = 0. Podemos determinar o outro ponto fazendo x ' = x (x –4) e, assim, fica evidente que o outro ponto é 4. Fazendo dx' / dx = 2x – 4, é fácil ver que em x = 0 a inclinação é negativa e, portanto, o equilíbrio é estável. Quando x = 4 a inclinação é positiva é o equilíbrio é instável.