

Nota Didática 1

TDE

Carlos Alberto

Variações Nominais e Reais

1. . Meu objetivo nesta Nota didática vai ser explicar os cálculos que envolvem variações reais e nominais.
2. Vamos começar falando sobre o objetivo de ter uma série com uma base simples, por exemplo, 100. O objetivo é simplesmente para visualizar melhor as variações e, secundariamente, fazer a leitura de um gráfico mais direta. Vejamos a seguinte tabela:

Tempo	PIB	PIB Base = 100 em T ₀
0	1.450,84	100
1	1.559,65	107,5

Observemos que, na segunda coluna, está o PIB (nominal ou real, não importa agora). Se o leitor quer ver rapidamente qual foi o aumento em termos percentuais deve apelar para uma calculadora. Transformando em base 100 o valor em T₀, rapidamente sabemos que o aumento foi de 7,5%. Ou seja, facilita a leitura.

3. Transformamos os valores da segunda coluna em um base mediante uma simples regra de três:

$$\begin{array}{l} \text{Se } 1450,84 \longrightarrow 100 \\ 1559,65 \longrightarrow X \end{array}$$

$$\text{Ou seja: } X = (100 \cdot 1559,65) / 1450,84 = 107,5$$

No caso da série ser mais longa ou se quiséssemos fazer a base no período T₁ no lugar do período T₀ a lógica seria a mesma. Façam como exercício a base=100 em T₁. Para saber se o resultado está bem dividam o 100 de T₁ sobre o valor que encontraram em T₀ e a variação tem que ser 7.5%.

4. Vamos agora calcular a taxa média de variação de uma série em um dado intervalo de tempo, calculo que também parece que têm dificuldades. Observemos a seguinte tabela:

Tempo	PIB
-------	-----

0	1.450
1	1.595
2	1.706,65
3	1.740,78
4	1.827,82
5	1.900,93
6	1.957,96
7	2.075,44
8	2.222,8
9	2.267,25

Uma possível pergunta é: qual é a taxa média de variação do PIB nesse período?

Uma vez que a variação é acumulativa (exponencial), o cálculo seria:

$$(PIB_9/PIB_0)^{1/9} = (2267,25/1450)^{1/9} = 1,0509 \rightarrow 5,09\% \text{ de variação média}$$

Dois aspectos a observar.

- a raiz é 9, não obstante serem 10 períodos (de 0 a 9 tem 10 períodos). Ou seja, sempre vamos ter n-1.

- a taxa média de variação significa que se, partindo de 1450, todos os anos o PIB aumenta em 5,09%, no período 9 teríamos 2.267,25.

5. Vamos agora agregar uma complicação. Suponhamos que a tabela anterior diz respeito ao PIB nominal e nós queremos calcular a variação real, descontada a inflação. Assumamos que temos uma série sobre o Índice de Preços que vai ser nosso deflator.

Tempo	PIB Nominal	Índice de Preços
0	1.450	415
1	1.595	435
2	1.706,65	453,18
3	1.740,78	480,37
4	1.827,82	506,79
5	1.900,93	527,06
6	1.957,96	558,69
7	2.075,44	581,03
8	2.222,8	610,09
9	2.267,25	646,69

5.1. No caso de querer calcular a inflação média do período aplicamos a mesma lógica que quando estimamos o aumento médio do PIB, uma vez que a variação de

preços (inflação) também segue uma dinâmica acumulativa. Assim, a inflação média do período vai ser:

$$[(\text{Índice de Preços})_9 / (\text{Índice de Preços})_0]^{1/9} = (646,09/415)^{1/9} = 1,0505 \rightarrow 5,05\%$$

5.2. Temos, assim, que a variação média do PIB nominal foi de 5,09% e a variação média da inflação de 5,05%. Assim, a variação média do PIB real vai estar dada por:

$$1,0509/1,0503 = 1,006 \text{ ou } 0,6\%$$

5.3. Cuidado. A forma certa é $(1+\text{variação \% da série nominal}) / (1+\text{variação \% da inflação})$. Não é variação % da série nominal – variação % da inflação.

Quando os percentuais são muito pequenos o resultado é bem próximo. Quando os percentuais de variação são muito elevados o erro pode ser muito elevado. Vamos dar um exemplo.

Suponhamos que o salário nominal teve uma variação de 10% e a inflação foi de 5%. Se fazemos $10 - 5 = 5$, concluímos que o salário real teve uma variação de 5%. Fazendo da forma correta teríamos:

$$(1+0,1)/(1+0,05) = 1,476 \text{ ou seja } 4,76\%, \text{ bem próximo de } 5\%.$$

Imaginemos, agora, que a variação nominal do salário foi de 60% e a inflação de 30%. Se fazemos $60 - 30$ o resultado vai ser 30. Se escolhemos a técnica correta:

$$(1,6)/(1,3) = 1,2308, \text{ ou seja, } 23,08\%, \text{ bem distante dos } 30\%$$

Resumindo: sempre temos que trabalhar (seja para deflacionar ou seja para “viajar” no tempo) usando $1+\%$ e nunca fazer nominal-variação dos preços.

5.4. Cuidado: no exemplo que estamos analisando (tabela) não podemos calcular a variação dos preços (inflação) e a variação do PIB do período t_0 . Para isso teríamos que ter os valores do ano $t-1$.

6. Vamos agora calcular o PIB real (ou seja, o PIB nominal deflacionado pelo índice de preços) e estabelecer uma base aleatória, por exemplo, $t_0=100$. Tem várias formas de fazer. Vou dar um exemplo, mas os que quiserem podem calcular utilizando outras formas que acharem mais convenientes.

6.1. A primeira alternativa, talvez a mais rápida e intuitiva, consiste em dividir o PIB nominal pelo Índice de Preços. (ver Tabela abaixo)

Tempo (1)	PIB Nominal (2)	Índice de Preços (3)	(2)/(3) (4)
0	1.450	415	3,493976
1	1.595	435	3,666667
2	1.706,65	453,18	3,765943
3	1.740,78	480,37	3,623832
4	1.827,82	506,79	3,606662
5	1.900,93	527,06	3,606667
6	1.957,96	558,69	3,504555
7	2.075,44	581,03	3,572001
8	2.222,8	610,09	3,643397
9	2.267,25	646,69	3,50593

Observemos que a coluna (4) da tabela tem os valores reais do PIB. Contudo é difícil perceber a magnitude (relativo ou %) da variação. Podemos, assim, determinar que a base seja 100 no período t_0 . Temos que:

Tempo (1)	PIB Nominal (2)	Índice de Preços (3)	(1)/(3) (4)	Índice Base =100 em t_0 (5)
0	1.450	415	3,493976	100
1	1.595	435	3,666667	104,9425
2	1.706,65	453,18	3,765943	107,7839
3	1.740,78	480,37	3,623832	103,7166
4	1.827,82	506,79	3,606662	103,2251
5	1.900,93	527,06	3,606667	103,2253
6	1.957,96	558,69	3,504555	100,3028
7	2.075,44	581,03	3,572001	102,2331
8	2.222,8	610,09	3,643397	104,2765
9	2.267,25	646,69	3,50593	100,3421

Agora fica mais perceptíveis as variações. Por exemplo, o PIB real aumentou 4,9425% no período 1 (com respeito ao período 0).

Observemos que esse percentual de variação é igual ao cociente entre $(1 + \%$ do PIB Nominal) $/(1 + \%$ variação dos preços). O PIB nominal variou 10%. Os preços 4,82%. Se fazemos $(1,10/1,0482)=1,0494$, que o valor de variação que estimamos na coluna (5). Se fizéssemos $10 - 4,82 = 5,18$ seria uma aproximação um pouco ruim do verdadeiro valor. Mais uma vez fica evidente que temos que usar o cociente entre $(1 + \%$ da magnitude nominal) $/(1 + \%$ do deflator).

6.2. Vamos fazer várias brincadeiras para fixar técnicas que apresentamos em parágrafos anteriores.

- Qual é a variação média anual do PIB Real ? $(100,342/100)^{1/9} = 0,04\%$. Isso significa que, se todos os anos o PIB tivesse variado em 0,04%, partindo de 100 em t_0 teríamos 100,3421 em t_9 ;

- Qual foi a taxa de inflação do período ? $646,69/415 = 1,55829$. Ou seja, a inflação acumulada foi de 55,829%.

- Qual foi a variação acumulada do PIB nominal ? $1450/2267,25 = 1,56362$, ou seja, 56362.

- Qual foi a variação acumulada do PIB Real ? $1,5636/1,5636 = 1,00342$, ou seja, 0,342%, que é o que encontramos na última linha da coluna (5).

7. Vamos passar a tempo contínuo.

Sabemos que em tempo discreto temos que:

$$y(1) = y_0(1 + i)$$

y = Renda ou PIB; $t=1$ é o tempo 1 (zero o tempo anterior); i = a taxa de variação do período;

Generalizando:

$$y(t) = y_0(1 + i)^t$$

Em tempo contínuo o equivalente à expressão anterior é:

$$y(t) = y_0 e^{it}$$

Vamos aplicar \ln a essa função:

$$\ln y(t) = \ln y_0 + it$$

Sabemos que, se derivamos o logaritmo de uma função, o resultado é a taxa de crescimento. Ou seja,

$$\frac{d \ln y}{dt} = i$$

Percebam que $\ln y(t) = \ln y_0 + it$ é uma função linear onde a inclinação é i , ou seja, a taxa de variação da função.

Isto é muito importante porque em um gráfico onde o eixo t seja o tempo (por exemplo) e o eixo y o \ln de alguma função (um gráfico na escala semi-logaritmo) a inclinação da trajetória das magnitudes plotadas é a taxa de variação.

Por que os economistas (entre outros) gostam tanto de um gráfico semi-logaritmo ? Porque eles estão geralmente interessados nas taxas de variação e não nos valores absolutos. Nesse sentido, para visualizar melhor essa variação percentual é melhor

trabalhar com ln. A forma de olhar o gráfico é, neste caso, diferente. O relevante é a inclinação. Se a inclinação mudou significa que a taxa de crescimento mudou. Na aula vamos fazer exemplos para vocês internalizarem.

8. Em termos de crescimento temos que $(1+i)^t = e^{it}$. Em termos de queda a lógica é equivalente. Exemplo.

Temos um poço de petróleo cujo estoque (E) é de 18 milhões de barris. A taxa de extração é de 4%. A extração é um processo contínuo. Pergunta: qual será o estoque daqui a 6 anos ?

$$E(6) = 18 e^{-0,04(6)} = 14.16$$

9. Também tendo o ln dos valores absolutos podemos deduzir facilmente a taxa de variação. Lembremos que (para um período):

$$y(1) = y(0) e^i$$

Aplicando ln:

$$\ln y(1) = \ln y(0) + i$$

Ou seja:

$$\ln y(1) - \ln y(0) = i$$

Se temos os ln's de dois valores a diferença entre eles é, aproximadamente, a taxa de variação. Estamos falando de aproximadamente porque podemos encontrar uma diferença entre o tempo discreto e contínuo.

Vejamos no nosso exemplo. O PIB Nominal do período 0 é 1.450, do período de 1.595. Ou seja, a taxa de variação é de 10% ($1595/1450=1,1$). Tomemos ln: $\ln(1450) = 7,279319$; $\ln(1595) = 7,374629$. $\ln(1595) - \ln(1450) = 7,374629 - 7,279319 = 0,09531$. Próxima de 10%.