

Universidade de Brasília  
Departamento de Economia  
Disciplina: Economia Quantitativa II  
Professor: Carlos Alberto  
Período: 2/2023  
P1

### Questões

(Tem que escolher questões cuja somatória seja 10. Uma das questões a serem escolhidas tem que ser alguma das duas que dizem respeito a diagrama de fase)

Lembremos que a solução geral de uma equação diferencial de primeira ordem (primeira ordem significa que só tem uma primeira derivada) e ordinária (uma equação diferencial ordinária é aquela na qual a função em questão só tem uma variável) do tipo:  $y'(x) + a(x)y(x) = b(x)$  (onde  $x$  é a variável dependente e  $a(x)$  e  $b(x)$  são funções) é:

$$y(x) = e^{-\int a(x) dx} \left[ Cte + \int e^{\int a(x) dx} b(x) dx \right]$$

1. Resolver a seguinte equação diferencial:

$$y' + 2xy = y$$

(Esta questão vale um ponto)

**Resposta:**  $y(x) = Cte e^{(x-x^2)}$

2. Resolver, mediante separação de variáveis, a seguinte equação diferencial:

$$y' = ye^x ; y(0) = -2$$

(Esta questão vale dois pontos e só serão consideradas as respostas obtidas mediante separação de variáveis)

**Resposta:**  $y(x) = -2e^{e^x - 1}$

3. Dado o seguinte modelo:

- (1)  $Q = A K^\alpha L^{(1-\alpha)}$  ;  $0 < \alpha < 1$ ;
- (2)  $K' = s Q$ ;  $0 < s < 1$ ;
- (3)  $L(t) = L_0 e^{\lambda t}$ ;
- (4)  $K(0) = K_0$

Onde:  $A, \alpha, s, \lambda, L_0, K_0$  parâmetros.

Questões:

- Construa a equação diferencial em  $K'$ ; (Esta questão vale um ponto)
- Resolva a equação diferencial encontrada em a); (Esta questão vale quatro pontos).

**Respostas:** a)  $K' = sAK^{(1-\alpha)} (L_0 e^{\lambda t})^\alpha$ ;

$$b) K(t) = \left[ K_0^\alpha + \frac{sAL_0^\alpha}{\lambda} (e^{\alpha\lambda t} - 1) \right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

4. Lembrando Bernoulli, resolver a seguinte equação diferencial:

$$y' + 2y = -y^2$$

(Esta questão vale dois pontos)

**Resposta:**  $y(x) = \frac{2}{Cte e^{2x} - 1}$

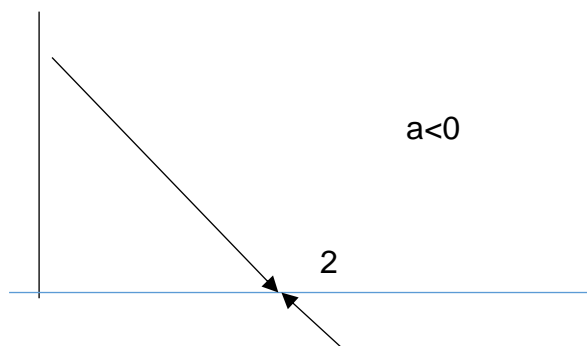
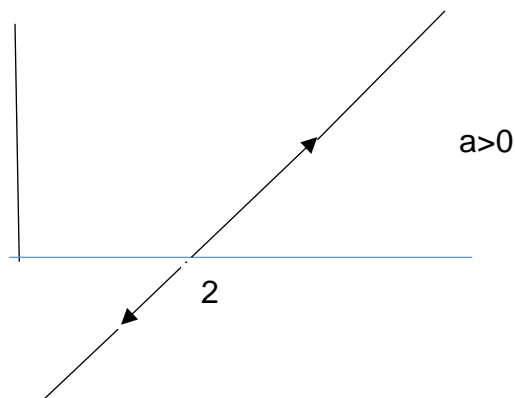
5. Desenhar o diagrama de fase da seguinte equação diferencial:

$$y' = ay - 2a$$

Desenhe o digrama de fase quando  $a > 0$  e quando  $a < 0$ .

(Esta questão vale dois pontos)

**Resposta:** O ponto de equilíbrio é 2. Quando  $a > 0$ , o equilíbrio é instável. Quando  $a < 0$  é estável.



6. Desenhe o diagrama de fase do seguinte sistema de equações diferenciais:

$$y'_1 = y_1 + y_2 - 4$$

$$y'_2 = y_1 - y_2 + 4$$

(Esta questão vale 3 pontos)

Resposta:

