

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 1/2025
P1

1. Resolver a seguinte equação diferencial:

$$y' - \frac{x^2-1}{y^2} = 0$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $y(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x + Cte}$

2. Quais são os pontos de equilíbrio na seguinte equação diferencial:

$$y' = y(y - 1)(y - 2)$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: 0,1,2.

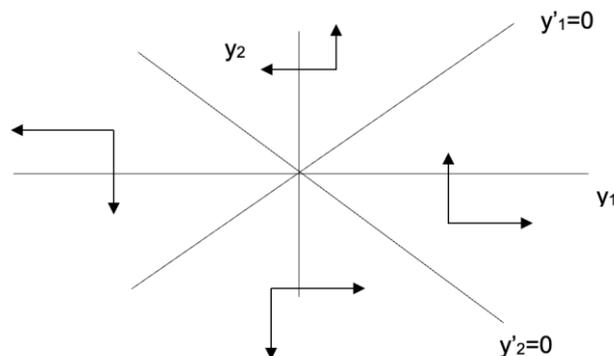
3. Desenhe o diagrama de fase do seguinte sistema de equações diferenciais:

$$(1) \quad y'_1 = 2y_1 - y_2$$

$$(2) \quad y'_2 = 3y_2 + y_1$$

(Esta questão vale 3 pontos)

Resposta:



4. Resolva a seguinte equação diferencial:

$$2y' + y = 0; y(0) = 1$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $y(x) = e^{-\frac{x}{2}}$

5. A Lei de esfriamento de Newton estabelece que a temperatura de um objeto é proporcional à diferença entre a temperatura ambiente e a temperatura do objeto no momento presente.

Essa Lei pode-se expressar mediante a seguinte expressão:

$$T'(t) = k (T(t)-T_a)$$

Onde T =temperatura do objeto; k= parâmetro; T_a= temperatura ambiente; t=tempo.

Assuma que um bolo, quando foi tirado do forno, tinha uma temperatura de 200 graus. Quatro horas depois a temperatura caiu para 30 graus. A temperatura ambiente é de 24 graus.

Pergunta: encontre a função T(t) que expressa a temperatura em cada momento do tempo.

(Esta questão vale 3 pontos e não pode ter nenhum parâmetro em aberto)

Resposta: sabemos que $T'(t) = k (T(t)-T_a)$ é uma equação diferencial e temos o dado de T_a=24. Ou seja, que temos que $T'(t) = k (T(t)-24)$.

Nessa expressão podemos separar as variáveis e integrar e chegamos à seguinte expressão:

$$T(t) = e^{kt} Cte + 24$$

Cte = constante

Sabemos que a temperatura quando tiramos o bolo do forno (t=0) é de 200. Ou seja, que a Cte =76.

Então temos a expressão: $T(t) = 76 e^{kt} + 24$.

Também sabemos que 1 hora depois a temperatura caiu para 30 graus. Ou seja: $30 = 76 e^k + 24$.

Resolvendo temos que $k = -2.539$.

Assim, a função ficaria: $T(t) = 76 e^{-2.539t} + 24$.

6. Desenhe o diagrama de fase da seguinte equação diferencial:

$$y' = y^2 - 10y + 16$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: dois pontos de equilíbrio (2 e 8), 2 estável e 8 instável.

