

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Teoria do Desenvolvimento Econômico (TDE)
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2025
P3

(Escolher, entre as seguintes questões, um conjunto cuja somatória seja 10. O aluno que escolher um conjunto cuja somatória seja maior que 10 será penalizado anulando questões, mesmo que a resposta esteja correta, a critério do professor e não poderá ter nota 10).

1. Assuma que A_t é o estoque de ideias/tecnologia que uma sociedade possui no período t .

A variação desse estoque está dada pela seguinte expressão:

$$A_{t+1} - A_t = \delta L A_t$$

Onde L = população; δ = parâmetro que indica o percentual da população alocado à produção de novas ideias. Ou seja, a variação da produção de novas ideias depende do estoque de ideias e da quantidade de pesquisadores.

Pergunta: qual é a taxa de variação (taxa, ou seja %) do estoque de ideias (ou a taxa de crescimento do conhecimento) dessa sociedade (supondo que a população e o parâmetro δ permanecem fixos).

Esta questão vale um ponto e a resposta tem que estar justificada matematicamente)

Resposta: a taxa de variação de A está dada por $(A_{t+1} - A_t) / A_t = \delta L$. A resposta é δL .

2. Vamos continuar com o problema anterior.

Se δ é o percentual da população alocado à produção de novas ideias, $(1 - \delta)$ é o percentual da população alocada à produção de bens.

Assuma uma Função de Produção de bens extremamente simples:

$$Q_t = A_t (1 - \delta) L$$

No caso da população e o percentual da população alocado à produção de bens permanecerem constantes, a produção de bens (ou seja, Q) vai permanecer constante, cair ou aumentar ?

(Esta questão vale dois pontos e tem que esta demonstrada matematicamente).

Resposta: temos diversas formas de demonstrar, todas muito fáceis. Talvez a mais fácil é, aplicar $\ln$ à expressão anterior e derivar com respeito ao tempo concluindo que a produção de bens estará dada pela produção de novas ideias. Lembrar que, por hipótese, L e δ permanecem constantes a A varia no tempo conforme Questão 1.

3. Vamos continuar com a produção de novas ideias como variável.

Intuitivamente, e fica claro a partir da resolução da Questão 1, o crescimento de um país dependeria da produção de novas ideias.

Podemos colocar números às expressões que desenvolvi em 1 e 2. Assuma que $L = 100$ e $\delta = 0,25$ (25% da população está dedicada à produção de novas ideias).

Um governo tem a intuição que o crescimento do país depende da produção de novas ideias e resolve alocar um percentual da pop maior a esse setor. Assim, $\delta = 0,25$ passa para 0.35. Ou seja, em $t=0$, $\delta = 0,25$ e $pop = 100$. Em $t=1$ temos que $\delta = 0.35$ e a pop permanece em 100. Assuma, também, que, em $t=0$, $A = 1$.

Qual seria a taxa de crescimento da produção de bens entre $t=0$ e $t=1$? Explique o resultado e veja se a resposta condiz com a resolução de 1 e 2. No caso de não coincidir, explique por que a divergência.

(Esta questão vale quatro pontos e tem que estar fundamentada mediante números).

Resposta: em $t = 0$, $Q_0 = 75$ ($0.75 * 100 * 1$). Em $t = 1$ temos que $Q_1 = 65$ ($0.65 * 100 * 1$). Observemos que $A=1$ tanto em $t=0$ como em $t=1$, ou seja, o estoque de novas ideias permanece constante uma vez que os novos pesquisadores só vão ter resultados em $t+1$.

A produção de bens cai uma vez que tem menos pessoas dedicadas à produção de bens (e a tecnologia permanece). Só nos próximos períodos essa maior alocação à produção de novas ideias se vai transformar em maiores taxas de crescimento do PIB. No curto prazo temos um custo com frutos no longo prazo.

Observem que temos um fenômeno similar ao aumento da poupança no Modelo de Solow: custos no curto prazo e benefícios a longo prazo. Isso porque a produção de novas ideias é similar a uma poupança (abro mão de consumo hj para tem benefícios no futuro).

4. Considere uma firma que usa trabalho para produzir um bem homogêneo. A tecnologia é dada por:

$$Q=A (L-L_A)$$

onde: Q = quantidade produzida; $A > 0$ é um parâmetro tecnológico (exógeno); L = quantidade total de trabalho contratada pela firma; L_A = quantidade trabalho **fixa** alocada a P&D (pesquisa e desenvolvimento), que não varia com Q .

Assuma que: salário é $w=10$; $A=2$; $L_A=2$.

- (a) Escreva o trabalho total (L) como função da produção Q ;
- (b) Derive a função custo total $C(Q)$ da firma;
- (c) Calcule o custo fixo, o marginal e o custo médio;
- (d) Suponha que o mercado é perfeitamente competitivo e que a firma iguale o preço ao custo marginal ($p=C_{Ma}$), calcule o lucro da firma para qualquer nível de produção Q .

(Pontos: a) 0.5; b) 2; c) 2.5; d) 2.5)

(No caso de o aluno escolher esta questão será contabilizada a totalidade dos pontos (ou seja, 7.50 Não pode escolher uma das alternativas desta questão para a somatória de 10)

Resposta: a) $L = Q/2 + 20$; b) $CT(Q) = 5Q + 200$; c) $CF = 20$; $C_{Ma} = 5$; $C_{me} = 5 + 200/Q$; d) $\text{Lucro} = -20$.

5. Modelo de Lewis.

Dois setores: Tradicional (T) e Moderno (M).

Função de Produção em T; $Q_T = 100 + 0 L_T$. Qualquer quantidade de trabalho superior a 60 não aumenta a produção. Tem excedente estrutural de trabalho (ou produtividade marginal zero). O rendimento do setor tradicional (w_T) é igual a 5.

A Função de Produção do Setor Moderno é: $Q_M = K^{0.5} L_M^{0.5}$.

A a quantidade total de trabalho disponível nessa economia (L) é de 100. O capital do setor moderno (K) é de 400.

Pergunta: como se distribui essa população entre o setor moderno e o tradicional? Tem excedente de trabalho? No caso da resposta ser positiva, qual é esse excedente?

(Esta questão vale dois pontos e a resposta tem que estar fundamentada com números)

Resposta: no setor moderno a produtividade marginal tem que ser igual ao salário, que está dado pelo rendimento do setor de subsistência. Derivando (encontrando a produtividade marginal) e igualando ao rendimento do setor de

subsistência temos que $L_M = 4$. Uma vez que a população total é de 100 e o setor moderno só emprega 4, temos um excedente estrutural de trabalho de 96.